

# Índice general

<b>0. Un caso de estudio</b>	<b>1</b>
0.1. Las garantías de los consumidores . . . . .	1
0.2. Actividades previas al diseño . . . . .	7
0.3. Datos obtenidos en el estudio . . . . .	14
<b>1. La primera etapa de la investigación estadística</b>	<b>23</b>
1.1. <b>Definición o formulación de un problema</b> . . . . .	25
1.1.1. Identidad . . . . .	25
1.1.2. Ubicación . . . . .	26
1.1.3. Tiempo . . . . .	26
1.1.4. Magnitud . . . . .	26
1.1.5. Solución . . . . .	26
1.2. <b>Fundamentación teórico-práctica</b> . . . . .	27
1.2.1. ¿Qué es la Estadística? . . . . .	27
1.2.2. Clasificación de la Estadística . . . . .	28
1.2.3. ¿Por qué estudiar Estadística? . . . . .	29
1.2.4. El lenguaje de la Estadística . . . . .	30
1.2.4.1. La población y la muestra . . . . .	30
1.2.4.2. Los datos . . . . .	31

---

1.2.4.3.	Parámetros y estadísticos . . . . .	32
1.2.4.4.	Las variables . . . . .	33
1.2.4.5.	Las hipótesis . . . . .	34
1.3.	Aplicaciones al caso de estudio . . . . .	35
1.3.1.	La formulación del problema . . . . .	35
1.3.2.	La definición de la población . . . . .	37
1.3.3.	Los datos . . . . .	37
1.3.4.	Las variables . . . . .	37
1.3.5.	Las hipótesis . . . . .	38
1.4.	Preguntas y problemas para la validación de los conocimientos	38
<b>2.</b>	<b>La segunda etapa de la investigación estadística</b>	<b>41</b>
2.1.	<b>El diseño del experimento . . . . .</b>	<b>43</b>
2.2.	Fundamentación teórico-práctica . . . . .	44
2.2.1.	Razones para utilizar el muestreo . . . . .	44
2.2.2.	El lenguaje del muestreo . . . . .	45
2.2.2.1.	El nivel de confianza . . . . .	45
2.2.2.2.	Los errores propios y ajenos al muestreo . . . . .	46
2.2.2.3.	El muestreo con y sin reposición . . . . .	47
2.2.2.4.	Los datos por recoger . . . . .	48
2.2.2.5.	Unidades de estudio . . . . .	48
2.2.2.6.	Unidades de medición . . . . .	50
2.2.2.7.	Niveles y escalas de medición . . . . .	50
2.2.3.	Métodos de muestreo más utilizados . . . . .	53
2.2.3.1.	Muestreo aleatorio simple . . . . .	54
2.2.3.2.	Muestreo estratificado aleatorio . . . . .	57
2.2.3.3.	Muestreo sistemático . . . . .	59

---

2.2.3.4.	Muestreo por conglomerados de una o varias etapas . . . . .	61
2.2.3.5.	Plan de muestreo para aceptación: plan simple . . . . .	62
2.2.3.6.	Plan de muestreo para aceptación: plan doble	63
2.2.4.	Cálculo del tamaño de la muestra . . . . .	65
2.2.4.1.	Tamaño de la muestra para la estimación del total poblacional con muestreo aleatorio simple . . . . .	70
2.2.4.2.	Tamaño de la muestra para la estimación de la media poblacional con muestreo aleatorio simple . . . . .	72
2.2.4.3.	Tamaño de la muestra para estimar una proporción poblacional con muestreo aleatorio simple . . . . .	73
2.2.4.4.	Tamaño de la muestra para estimar el total poblacional con muestreo estratificado . . .	75
2.2.4.5.	Tamaño de la muestra para la estimación de la media poblacional con muestreo estratificado aleatorio . . . . .	78
2.2.4.6.	Tamaño de la muestra para la estimación de la proporción poblacional con muestreo estratificado aleatorio . . . . .	80
2.2.4.7.	Tamaño de la muestra con muestreo sistemático y por conglomerados . . . . .	82
2.2.4.8.	Tamaño de la muestra para la estimación de la media poblacional en una población grande o infinita con distribución normal y muestreo aleatorio simple . . . . .	83

2.2.4.9.	Tamaño de la muestra para la estimación de la proporción poblacional en población grande o infinita con distribución normal y muestreo aleatorio simple . . . . .	84
2.2.4.10.	Tamaño de la muestra para la estimación de la media poblacional con muestreo estratificado y población normal $n \geq 30$ . . .	86
2.2.4.11.	Tamaño de la muestra para la estimación de la proporción poblacional con muestreo estratificado y población normal ( $n \geq 30$ ) .	87
2.2.4.12.	Selección del tamaño de la muestra para la estimación de la media y el total poblacional con muestreo por conglomerados en una etapa . . . . .	89
2.2.4.13.	Selección del tamaño de la muestra para la estimación de la proporción con muestreo por conglomerados en una etapa . . . . .	92
2.2.4.14.	Tamaño de la muestra para la estimación de la media en muestreo por conglomerados en dos etapas . . . . .	93
2.2.4.15.	Tamaño de la muestra para estimar la media y la proporción con muestreo sistemático	94
2.2.5.	Definir los parámetros por estimar . . . . .	96
2.2.6.	Definir el método de análisis y las pruebas por realizar	96
2.3.	Aplicaciones al caso de estudio . . . . .	97
2.3.1.	Razones para utilizar muestreo . . . . .	98
2.3.2.	El nivel de confianza . . . . .	98
2.3.3.	El error de muestreo y los controles para el error de no muestreo . . . . .	99
2.3.4.	Muestreo con o sin reposición . . . . .	100
2.3.5.	Datos por recoger . . . . .	100

---

2.3.6.	Las unidades de estudio . . . . .	101
2.3.7.	Unidades de medición . . . . .	102
2.3.8.	Niveles y escalas de medición . . . . .	102
2.3.9.	Los métodos de muestreo . . . . .	102
2.3.10.	Tamaño de las muestras requeridas . . . . .	103
2.3.10.1.	Tamaño de la muestra para el producto maná de la marca <i>El apetito</i> . . . . .	103
2.3.10.2.	Tamaño de la muestra para el producto maná de la marca <i>El nutriente</i> . . . . .	104
2.3.10.3.	Tamaño de la muestra para el producto menú de la marca <i>La sazón</i> . . . . .	105
2.3.10.4.	Tamaño de la muestra para el producto menú de la marca <i>La vitamina</i> . . . . .	105
2.3.10.5.	Tamaño de la muestra para los empaques de maná de las marcas <i>El apetito</i> y <i>El nu- triente</i> . . . . .	106
2.3.10.6.	Tamaño de la muestra para el número de personas que responderán la encuesta . . . . .	106
2.3.10.7.	Tamaño de la muestra para estimar el pre- cio promedio por mes para cada uno de los artículos . . . . .	107
2.3.10.8.	Tamaño de la muestra para estimar el con- sumo promedio mensual por familia de ca- da uno de los productos . . . . .	109
2.3.11.	Los parámetros por estimar . . . . .	111
2.3.12.	Métodos de análisis y pruebas por realizar . . . . .	111
2.4.	Preguntas y problemas para la validación de los conocimientos	112
<b>3.</b>	<b>La tercera etapa de la investigación estadística</b>	<b>115</b>
3.1.	La compilación de los datos . . . . .	117

---

3.2. Fundamentación teórico-práctica . . . . .	118
3.2.1. Los métodos de inspección y sus características fundamentales . . . . .	118
3.2.2. Obtención de información en poblaciones humanas .	119
3.2.2.1. Diseño de un cuestionario . . . . .	120
3.2.2.2. La planeación de la encuesta . . . . .	122
3.2.3. Obtención de información de poblaciones no humanas	123
3.2.4. La tecnología de la medición . . . . .	124
3.2.5. Las hojas de registro de la información . . . . .	124
3.3. Aplicaciones al caso de estudio . . . . .	125
3.3.1. Entrevista personal . . . . .	125
3.3.2. Observación directa . . . . .	125
3.3.3. Medición . . . . .	125
3.3.4. Consulta de archivos en entidades públicas y privadas	126
3.3.5. Equipos de medición . . . . .	126
3.3.6. Hojas de registro . . . . .	126
3.4. Preguntas y problemas para la validación de los conocimientos	126
<b>4. La cuarta etapa de la investigación estadística</b>	<b>129</b>
4.1. <b>Organización, descripción y modelación empírica de los datos</b> . . . . .	<b>131</b>
4.2. Fundamentación teórico-práctica . . . . .	132
4.2.1. Agrupación de datos . . . . .	132
4.2.2. Tabla de frecuencias . . . . .	137
4.2.3. Representación gráfica de las frecuencias . . . . .	139

4.2.3.1.	Representación gráfica de las frecuencias con el objetivo de encontrar una curva de frecuencia empírica y visualizar los posibles modelos . . . . .	140
4.2.3.1.1.	Histograma de frecuencias relativas para datos numéricos agrupados en intervalos de clase . . . . .	140
4.2.3.1.2.	El polígono de frecuencias relativas . . . . .	142
4.2.3.1.3.	La curva de frecuencias . . . . .	142
4.2.3.2.	Representación gráfica de las frecuencias con el objetivo de interpretar y analizar los datos . . . . .	146
4.2.3.2.1.	El diagrama de tallo y hojas para datos numéricos . . . . .	147
4.2.3.2.2.	Representación gráfica de datos categóricos: la gráfica de barras . . . . .	147
4.2.3.2.3.	Representación gráfica de datos categóricos: la gráfica de pastel . . . . .	148
4.2.3.2.4.	Representación gráfica de datos categóricos: gráfica de puntos . . . . .	149
4.2.4.	Medidas de centramiento: <i>Promedios</i> . . . . .	150
4.2.4.1.	La media aritmética . . . . .	151
4.2.4.1.1.	Propiedades de la media aritmética . . . . .	152
4.2.4.1.2.	Interpretación de la media aritmética por analogía con la Física . . . . .	154
4.2.4.2.	La media ponderada . . . . .	155
4.2.4.3.	La mediana . . . . .	156
4.2.4.3.1.	Propiedades de la mediana . . . . .	157
4.2.4.4.	La moda . . . . .	158
4.2.4.5.	La media geométrica . . . . .	160

---

4.2.4.6.	La media armónica . . . . .	162
4.2.5.	Medidas de dispersión . . . . .	166
4.2.5.1.	El rango o amplitud . . . . .	168
4.2.5.2.	La desviación media absoluta . . . . .	169
4.2.5.3.	La desviación estándar . . . . .	169
4.2.5.4.	La varianza . . . . .	172
4.2.5.5.	El rango intercuartil . . . . .	173
4.2.5.6.	El coeficiente de variación . . . . .	174
4.2.6.	Medidas de posición no centrales . . . . .	175
4.2.6.1.	Los percentiles . . . . .	176
4.2.6.2.	Los deciles . . . . .	177
4.2.6.3.	Los cuartiles . . . . .	178
4.2.7.	Teoría de probabilidades y teoremas relacionados . .	178
4.2.7.1.	Experimento aleatorio . . . . .	179
4.2.7.2.	Espacio muestral . . . . .	179
4.2.7.3.	Eventos o sucesos . . . . .	180
4.2.7.4.	Eventos mutuamente excluyentes . . . . .	181
4.2.7.5.	Eventos colectivamente exhaustivos . . . . .	183
4.2.7.6.	Partición de un espacio muestral . . . . .	184
4.2.7.7.	Eventos simples y compuestos . . . . .	185
4.2.7.8.	Eventos independientes . . . . .	185
4.2.7.9.	Muestreo con reposición . . . . .	185
4.2.7.10.	Muestreo sin reposición . . . . .	186
4.2.7.11.	Definiciones de probabilidad . . . . .	186
4.2.7.12.	Probabilidad clásica o a priori . . . . .	186
4.2.7.13.	Probabilidad empírica o de frecuencia re- lativa . . . . .	187



---

4.2.7.14. Probabilidad subjetiva . . . . .	188
4.2.7.15. Axiomas de probabilidad para espacios finitos	189
4.2.7.16. Teoremas de probabilidad . . . . .	190
4.2.7.17. Probabilidad condicional . . . . .	194
4.2.7.18. Probabilidad conjunta . . . . .	197
4.2.7.19. Independencia de eventos . . . . .	198
4.2.7.20. Probabilidad marginal . . . . .	202
4.2.7.21. Análisis combinatorio . . . . .	205
4.2.8. Variables aleatorias y funciones de probabilidad . . .	210
4.2.8.1. Funciones de probabilidad para variables aleatorias discretas . . . . .	213
4.2.8.2. Funciones de probabilidad para variables aleatorias continuas . . . . .	219
4.2.9. Esperanza matemática o valor esperado de variables aleatorias . . . . .	223
4.2.10. Modelos de probabilidad para variables aleatorias discretas . . . . .	229
4.2.10.1. El modelo de Bernoulli . . . . .	229
4.2.10.2. El modelo binomial . . . . .	231
4.2.10.3. El modelo hipergeométrico . . . . .	235
4.2.10.4. El modelo uniforme discreto . . . . .	239
4.2.10.5. El modelo de Poisson . . . . .	241
4.2.11. Modelos de probabilidad para variables aleatorias continuas . . . . .	249
4.2.11.1. El modelo uniforme continuo . . . . .	250
4.2.11.2. Modelo exponencial negativo . . . . .	254
4.2.11.3. El modelo normal general . . . . .	259
4.2.11.4. El modelo gamma . . . . .	267

4.2.11.5. El modelo Ji al cuadrado . . . . .	273
4.2.11.6. El modelo t o de Student . . . . .	278
4.2.11.7. El modelo F de Fischer . . . . .	282
4.2.11.8. Aproximación de modelos . . . . .	287
4.2.11.8.1. Aproximación de binomial a Poisson . . .	288
4.2.11.8.2. Aproximación de hipergeométrica a bino- mial . . . . .	288
4.2.11.8.3. Aproximación de binomial a normal . . .	289
4.2.11.8.5. Aproximación de Poisson a Normal . . . .	291
4.2.11.8.6. Aproximación de la t de Student a la normal	292
4.2.11.8.7. Aproximación de la Ji al cuadrado a la normal . . . . .	292
4.3. Aplicaciones al caso de estudio . . . . .	293
4.3.1. Análisis descriptivo para el peso neto del producto maná, marca <i>El apetito</i> . . . . .	293
4.3.1.1. Agrupación de los datos . . . . .	293
4.3.1.2. Tabla de frecuencias . . . . .	294
4.3.1.3. Medidas de centramiento y dispersión . . .	294
4.3.1.4. Histograma, polígono y curva de frecuen- cias relativas . . . . .	295
4.3.1.5. ¿Qué porcentaje de los productos de la mues- tra tiene un peso neto inferior a 500 gramos? 296	
4.3.1.6. ¿Qué porcentaje de los productos de la mues- tra tiene un peso neto menor a 485 gramos? 297	
4.3.1.7. ¿Cuál es el peso neto por encima del cual se encuentra el 25 % de los productos de la muestra? . . . . .	297
4.3.1.8. ¿Cómo relacionar la tabla de frecuencias con el concepto de probabilidad? . . . . .	297

4.3.1.9.	Comparación de las frecuencias relativas de los datos con las frecuencias de la distribución normal . . . . .	298
4.3.1.10.	Aplicación de las probabilidades conjuntas, marginales y condicionales . . . . .	299
4.3.2.	Análisis descriptivo para el peso del empaque del producto <i>El apetito</i> . . . . .	301
4.3.2.1.	Agrupación de los datos . . . . .	301
4.3.2.2.	Tabla de frecuencias . . . . .	301
4.3.2.3.	Medidas de centramiento y dispersión . . .	302
4.3.2.4.	Histograma, polígono y curva de frecuencias relativas . . . . .	302
4.3.2.5.	Comparación de las frecuencias relativas de los datos de peso de los empaques <i>El apetito</i> con las frecuencias de la distribución normal	303
4.3.2.6.	Aplicación de la distribución binomial y normal para el peso neto del producto maná, marca <i>El apetito</i> . . . . .	305
4.4.	Preguntas y problemas para la validación de los conocimientos	305
4.5.	Problemas Resueltos . . . . .	309
<b>5.</b>	<b>La quinta etapa de la investigación estadística</b>	<b>327</b>
5.1.	<b>La inferencia estadística</b> . . . . .	<b>330</b>
5.2.	Fundamentación teórico-práctica . . . . .	331
5.2.1.	La ley de los grandes números y el teorema central del límite . . . . .	331
5.2.2.	Distribuciones muestrales . . . . .	334
5.2.2.1.	Distribución muestral del total . . . . .	335

---

5.2.2.2.	Distribución muestral de la media en una población con distribución desconocida pero $\mu_x$ y $\sigma_x$ conocidos . . . . .	337
5.2.2.3.	Distribución muestral de la media en una población normal con $\mu_x$ y $\sigma_x$ conocidos . . . . .	338
5.2.2.4.	Distribución muestral de la media en una población normal con $\mu_x$ conocido y $\sigma_x$ desconocido . . . . .	339
5.2.2.5.	Distribución muestral de la proporción en una población binomial o hipergeométrica . . . . .	341
5.2.2.6.	Distribución muestral de la diferencia de dos proporciones en dos poblaciones binomiales . . . . .	346
5.2.2.7.	Distribución muestral de la diferencia de dos medias cuando $\mu_i$ y $\sigma_i$ son conocidos . . . . .	347
5.2.2.8.	Distribución muestral de la diferencia de dos medias en poblaciones normales con $\mu_i$ y $\sigma_i$ conocidos . . . . .	349
5.2.2.9.	Distribución muestral de la diferencia de dos medias en poblaciones normales cuando los $\mu_i$ son conocidos y es $\sigma_i$ desconocido pero se sabe que $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ . . . . .	349
5.2.2.10.	Distribución muestral de la diferencia de dos medias en poblaciones normales con medias conocidas $\mu_1$ y $\mu_2$ varianzas desconocidas pero diferentes ( $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ) . . . . .	351
5.2.2.11.	Distribución muestral para la diferencia de dos medias con datos apareados y poblaciones normales . . . . .	353
5.2.2.12.	Distribución muestral de la varianza en población normal . . . . .	355
5.2.2.13.	Distribución muestral de la razón de varianzas en dos poblaciones normales . . . . .	357

5.2.3. Teoría de la estimación estadística . . . . .	358
5.2.3.1. Estimación puntual . . . . .	359
5.2.3.1.1. Estimadores insesgados . . . . .	360
5.2.3.1.2. Estimadores consistentes . . . . .	362
5.2.3.1.3. Estimadores eficientes . . . . .	363
5.2.3.1.4. Estimadores suficientes . . . . .	363
5.2.3.2. Métodos de estimación puntual . . . . .	364
5.2.3.2.1. Estimadores de máxima verosimilitud . . .	364
5.2.3.2.2. Estimadores por el método de momentos .	368
5.2.3.3. Estimación por intervalos . . . . .	370
5.2.3.3.1. Intervalo de confianza para la media $\mu_x$ de una población normal con $\sigma_x$ conocida . . .	373
5.2.3.3.2. Intervalo de confianza para la media de una población normal con $\sigma_x$ desconocida . . .	375
5.2.3.3.3. Intervalo de confianza para la proporción en una población binomial . . . . .	376
5.2.3.3.4. Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones en dos poblaciones binomiales	378
5.2.3.3.5. Intervalo de confianza para la diferencia de dos medias poblacionales con muestras independientes . . . . .	380
5.2.3.3.6. Intervalo de confianza para la diferencia de dos medias poblacionales en poblaciones normales con varianzas iguales . . . . .	381
5.2.3.3.7. Intervalo de confianza para la diferencia de dos medias poblacionales en poblaciones aproximadamente normales con varianzas diferentes $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ pero desconocidas . . . .	383
5.2.3.3.8. Intervalo de confianza para la diferencia de medias poblacionales de datos apareados .	385

5.2.3.3.9. Intervalo de confianza para la varianza de una población normal . . . . .	386
5.2.3.3.10. Intervalo de confianza para la razón de dos varianzas poblacionales en poblaciones normales . . . . .	388
5.2.3.4. Estimación del tamaño de la muestra con muestreo aleatorio simple . . . . .	390
5.2.4. Pruebas de hipótesis . . . . .	399
5.2.4.1. Características y terminología de las pruebas de hipótesis . . . . .	399
5.2.4.2. Prueba de hipótesis para la media $\mu_x$ de una población . . . . .	407
5.2.4.3. Prueba de hipótesis para la proporción $\Pi$ de una población binomial . . . . .	410
5.2.4.4. Hipótesis para la diferencia de dos proporciones poblacionales ( $\Delta\Pi$ ) en dos poblaciones binomiales . . . . .	411
5.2.4.5. Prueba de hipótesis para la diferencia de dos medias poblacionales cuando $n_1 \geq 30$ y $n_2 \geq 30$ . . . . .	414
5.2.4.6. Prueba de hipótesis para la diferencia de dos medias poblacionales en poblaciones normales con varianzas iguales y tamaños de muestra menores que 30 . . . . .	417
5.2.4.7. Prueba de hipótesis para la diferencia de dos medias poblacionales con muestras independientes pequeñas $n_1 < 30$ , $n_2 < 30$ y $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ . . . . .	418
5.2.4.8. Hipótesis para la diferencia de dos medias poblacionales con datos apareados . . . . .	421
5.2.4.9. Prueba de hipótesis para la varianza en una población normal . . . . .	423

5.2.4.10. Prueba de hipótesis para la razón de dos varianzas en poblaciones normales . . . . .	424
5.2.5. Pruebas no paramétricas . . . . .	426
5.2.5.1. Las pruebas Ji al cuadrado . . . . .	426
5.2.5.1.1. Las pruebas Ji al cuadrado sobre frecuencias	427
5.2.5.1.2. La prueba Ji al cuadrado de bondad de ajuste	431
5.2.5.1.3. Pruebas de independencia con tablas de contingencia . . . . .	435
5.2.5.1.4. Prueba de Kolmogorov - Smirnov . . . . .	437
5.2.5.1.5. Prueba de Bartlett para la igualdad de varianzas . . . . .	440
5.2.5.1.6. La prueba de rachas para aleatoriedad . . .	445
5.2.6. Análisis de regresión . . . . .	452
5.2.6.1. El modelo de regresión lineal simple . . . .	453
5.2.6.1.1. Estimación de los parámetros $\alpha$ y $\beta$ por el método de mínimos cuadrados . . . . .	455
5.2.6.1.2. Estimación de la varianza del error . . . .	458
5.2.6.1.3. Los coeficientes de correlación y determinación . . . . .	459
5.2.6.1.4. Inferencias sobre los parámetros $\alpha$ y $\beta$ del modelo lineal . . . . .	466
5.2.6.1.5. Inferencias para el coeficiente de correlación	470
5.2.6.1.6. Inferencias para la media de $Y$ y para valores individuales de $X$ . . . . .	472
5.2.6.1.7. Linealización de modelos . . . . .	481
5.2.6.1.7.1. Transformación de una función exponencial a una función lineal . . . . .	482
5.2.6.1.7.2. Transformación de una función potencia a una función lineal . . . . .	484

5.2.6.1.7.3. Transformación de una función recíproca a una función lineal . . . . .	486
5.2.6.1.7.4. Otras transformaciones . . . . .	487
5.2.6.2. Los modelos de regresión múltiple . . . . .	494
5.2.6.2.1. El modelo general de regresión lineal múltiple	496
5.2.6.2.2. Ajuste del modelo lineal múltiple por el método de mínimos cuadrados . . . . .	499
5.2.6.2.3. Propiedades de los estimadores de mínimos cuadrados . . . . .	504
5.2.6.2.4. Inferencias para los coeficientes de regre- sión $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ . . . . .	506
5.2.6.2.5. La intensidad de la relación entre las variables	507
5.2.6.2.6. Coeficientes de determinación y correlación parcial . . . . .	509
5.2.6.2.7. Intervalos de confianza para $E(Y)$ y para la predicción de un valor de $Y$ . . . . .	511
5.2.6.2.8. Verificación de los supuestos del modelo de regresión y otras normas para la construc- ción de modelos . . . . .	513
5.3. Aplicaciones al caso de estudio . . . . .	524
5.3.1. Aplicaciones del teorema central del límite y las dis- tribuciones muestrales . . . . .	524
5.3.2. Estimaciones de los parámetros . . . . .	526
5.3.3. Tamaño de muestra requerido para la estimación de las medias poblacionales de los cuatro productos con errores máximos de 10 gramos y 7c.c. respectiva- mente, y nivel de confianza $1 - \alpha = 0,95$ . . . . .	527
5.3.4. Pruebas de hipótesis para los parámetros $\mu, \sigma$ y $\Pi$ .	527
5.3.5. Pruebas no paramétricas con base en los datos de peso neto del producto maná marca <i>El apetito</i> . . . . .	530



5.3.6. Análisis de regresión para el consumo promedio por familiar en función del precio promedio y del contenido neto promedio, para el producto maná marca <i>El apetito</i> . . . . .	533
5.4. Preguntas y problemas para la validación de los conocimientos	537
5.5. Problemas Resueltos . . . . .	539
<b>Consideraciones Finales</b>	<b>573</b>
<b>Referencias Bibliográficas</b>	<b>575</b>
<b>A. Tablas estadísticas</b>	<b>577</b>
A.1. TABLA A. . . . .	578
A.2. TABLA B. . . . .	592
A.3. TABLA C. . . . .	604
A.4. TABLA D. . . . .	611
A.5. TABLA E. . . . .	615
A.6. TABLA F. . . . .	618
A.7. TABLA G. . . . .	622
A.8. TABLA H. . . . .	636
A.9. TABLA I. . . . .	637
A.10. TABLA J. . . . .	641
A.11. TABLA K. . . . .	645
A.12. TABLA L. . . . .	650



# Capítulo 0

## Un caso de estudio

### 0.1. Las garantías de los consumidores en la compra de productos o servicios

¿Qué puede hacer un consumidor corriente para disfrutar de un mínimo de garantías en la compra de productos o servicios?

En la mayor parte de los países del mundo existen leyes y normas para la protección de los consumidores en cuanto a la calidad de los productos y servicios que adquieren en el mercado; como mecanismo de reclamación es frecuente la creación de asociaciones de consumidores de diferentes productos o servicios cuyo objetivo es el de canalizar las quejas frente a los organismos competentes para obtener soluciones oportunas.

Cuando se habla de reclamaciones por calidad se hace referencia al concepto integral de la misma, no sólo interpretada como la aptitud para el uso de un producto o servicio, sino también relacionada con otros parámetros como la exactitud de las mediciones, el precio, la confiabilidad, el empaque, la distribución, el diseño, la higiene, la vida útil, las garantías, etc.

Con el conocimiento de su soporte legal, una asociación de consumidores de la ciudad de Consumonopla recibe quejas frecuentes sobre diferentes aspectos de la no conformidad en los productos comprados por los usuarios. Es el caso de la Asociación de Consumidores de Alimentos, ACA, creada por iniciativa privada. Una vez establecida la oficina y realizada su

campana de promoción, don Síndico, presidente de ACA, empezó a registrar todas las quejas de los consumidores sobre diferentes aspectos de no calidad en los productos y servicios comprados, destacándose entre ellas las siguientes:

- Menor peso o volumen en los productos que el valor especificado en el empaque o la etiqueta.
- Distribución de productos después de su fecha de vencimiento.
- Productos o servicios de mala calidad que no cumplen los requisitos mínimos para su utilización.
- Empaques defectuosos o de mala calidad.
- Condiciones higiénicas inapropiadas para la manipulación o almacenamiento del producto.
- Publicidad engañosa del producto o servicio.
- Precios que no tienen relación con la calidad del producto o servicio.

Muy preocupado don Síndico por la frecuencia y magnitud de las quejas, creyó que era necesario tomar una acción de manera oportuna para dar respuesta a los consumidores en un problema tan crítico, porque no sólo afecta su calidad de vida, sino que también deteriora el ingreso de las familias, principalmente el de aquellas de los estratos bajos.

En las oficinas de ACA se lleva un registro detallado de las quejas, en el cual se incluye la identificación de las personas atendidas por reclamaciones y el objetivo de las mismas.

Después de diez meses de funcionamiento, don Síndico hizo un recuento somero de las quejas recibidas y encontró la distribución siguiente:

- Quejas emitidas por mujeres: 544
- Quejas emitidas por hombres: 96

**Razón de las quejas:**

- Menor peso o volumen que el especificado: 260
- Productos vendidos después de la fecha de vencimiento: 80
- Productos de mala calidad: 120 (no cumplen la función para la cual fueron diseñados).
- Productos con empaque defectuoso: 36
- Condiciones higiénicas inapropiadas: 20
- Publicidad engañosa: 10
- Precios inadecuados a la calidad del producto o servicio: 50
- Otras: 64

Con esta información disponible, el presidente concluyó que la mayor frecuencia de las quejas estaba relacionada con las pesas y medidas de los productos, las cuales podrían ser ocasionadas por la falta de calibración de los equipos de medición, la tecnología utilizada, la mala fe de los productores o la falta de control en los procesos de empaçado.

Por el momento me dedicaré al problema más importante - dijo el presidente -. No obstante, tengo que convencerme de que esto representa realmente un problema; llamó a su secretario, don Nonio, y le dio las pautas para que emprendiera de inmediato, con otros funcionarios de la oficina, un sondeo de opinión que permitiera conocer aún mejor los detalles de los problemas planteados.

Después de visitar todos los barrios integrantes de las cuatro comunas de Consumonopla y entrevistar un número considerable de consumidores, don Nonio y sus colaboradores elaboraron un informe que fue presentado al presidente después de tres meses de estudio.

En algunos de sus apartes el informe dice:

- A. La situación es más grave de lo que estábamos imaginando, porque pudimos constatar que son muchas las personas que son conscientes de la no conformidad en el peso o volumen de algunos productos y que, sin embargo, no se reportan a nuestra oficina. En algunos casos porque no saben de nuestra existencia, en otros porque no

saben nuestro teléfono y otros más porque nunca quisieran hacerlo. De todas maneras hay claras evidencias de la existencia de un grave problema.

- B. La situación en todos los barrios de la ciudad es prácticamente la misma; la proporción de personas que son conscientes de la irregularidad sobrepasa el 50 % de los entrevistados y casi siempre responden “durante toda la vida” cuando se les pregunta por la vigencia del problema.
- C. La situación ocasionada por la irregularidad en las pesas y medidas es grave para nuestra comunidad; si se suman los gramos o los centímetros cúbicos de menos que puede recibir una persona en sus compras durante todo un año, la irregularidad es significativa en magnitud y mucho más si se cuantifica como una disminución del consumo familiar.
- D. Quedó claro en las entrevistas realizadas que las quejas sobre peso y volumen están muy focalizadas en ciertas marcas de productos alimenticios de la canasta familiar, lo cual indica la vía que debemos seguir en una próxima investigación. Dichos productos son: el maná en sus marcas *El apetito* y *El nutriente*, y el menú en sus marcas *La sazón* y *La vitamina*.
- E. Otro aspecto que llamó la atención en las entrevistas fue el hecho de que algunos consumidores argumentaron que las variaciones de peso o volumen en algunos productos están directamente relacionadas con los períodos o meses de abundancia o escasez de los mismos, como también de su precio en el mercado. En caso de ser válida esta relación, se estaría demostrando que existe mala fe por parte de las empresas en el proceso de pesaje y empaqueo de los productos.

Cuando el presidente recibió el informe de su secretario, exclamó:

“Ya tengo un conocimiento más amplio de la situación y puedo constatar que las quejas de los consumidores corresponden a un problema latente”. La solución está en nuestras manos y emprenderé todas las acciones que sean necesarias para dar una solución parcial al problema. Hablo de parcial porque sólo me dedicaré al estudio de las reclamaciones por falta

de conformidad en el peso o el volumen de los productos identificados en el estudio del secretario.

Después de que esta oficina haga un estudio exhaustivo, se presentará un informe estadístico detallado ante los organismos competentes para que apliquen las sanciones a que haya lugar. Por el momento, todas nuestras sospechas son hipótesis que debemos contrastar por métodos estadísticos.

Sin perder tiempo, don Síndico contrató los servicios de don Kurto, un profesional en la materia, quien realizará un estudio estadístico del problema. Para no improvisar, don Kurto solicitó al presidente un período de inducción adecuado para afrontar la investigación con éxito.

Dentro del proceso de inducción, el presidente hizo énfasis en los derechos de los consumidores y en los problemas más frecuentes que los aquejan; posteriormente le proporcionó los datos disponibles y el texto del informe presentado por el secretario. También le sugirió que en su estudio tuviera en cuenta los siguientes aspectos:

1. Cuando un producto se vende en el mercado con un valor especificado de  $k$  unidades para su peso o volumen neto, el consumidor que lo adquiere debe tener una probabilidad de recibir un poco más, que sea por lo menos igual a la probabilidad de recibir un poco menos, sin exceder al 5 % por debajo del valor neto especificado. Este requisito corresponde a la aplicación de las normas establecidas por el Estado para la defensa del consumidor.
2. Teniendo en cuenta que los consumidores se quejan de las variaciones de peso o volumen a lo largo de los meses del año según la abundancia, escasez o precio del producto, el estudio deberá incluir el análisis de estas características durante los doce meses del próximo año.
3. Los productos críticos en relación con las reclamaciones de los consumidores son el maná y el menú, razón por la cual deben efectuarse comparaciones entre las dos marcas de ellos, identificadas en el estudio del secretario.
4. Con el objetivo de presentar una evidencia cuantitativa del problema, deberá hacerse un muestreo para estimar la proporción verdadera de consumidores que son conscientes de la no conformidad en el peso o

volumen de los productos. De esta manera se conocerá la verdadera dimensión del problema.

5. En mi calidad de presidente de ACA, tengo la sospecha que el peso de los empaques es variable y que, por lo tanto, la determinación del peso neto de un producto no puede calcularse como la diferencia entre el peso bruto y un valor estándar para el peso del empaque. De esta manera se estaría involucrando un error adicional en el estudio. Por esta razón le solicito hacer un análisis independiente para el peso de los empaques de maná y menú en las marcas referidas.
6. El producto maná es expandido en el mercado en dos presentaciones: la marca *El apetito* que es producida por la empresa *El Alimento S.A.* y que viene empacada en cajas de cartón con una identificación de 500 gramos como peso neto; y la marca *El nutriente* que es producida por la empresa *EL Abasto S.A.* y que viene empacada en bolsas de plástico con una etiqueta que identifica también su peso neto de 500 gramos.  
El producto menú se presenta en el mercado con cinco marcas diferentes, pero sólo dos de ellas, identificadas por el secretario, tienen un consumo que puede considerarse como significativo para ser incluido en el estudio. Dicho producto es líquido y sus dos principales marcas *La sazón* y *La vitamina* que son producidas por las empresas *La Satisfecha S.A.* y *La Comelona S.A.*, en su orden, vienen envasadas en frascos de plástico con una etiqueta que identifica su contenido neto de 350 centímetros cúbicos.
7. A pesar de que no tengo una sólida formación estadística, sí estoy en capacidad de sugerirle un 95 % de confiabilidad en todos los resultados. Con este valor podré concluir que los resultados del estudio serán válidos casi todas las veces. De igual manera, deseo que los errores inherentes al método estadístico sean moderados para obtener así una mayor precisión. Dichos errores serán objeto de concertación en los próximos días.
8. La población de la ciudad de Consumonopla se estima en 300.000 habitantes después de utilizar el resultado del último censo y hacer las proyecciones correspondientes. De acuerdo con la situación socioeconómica, la población está dividida en seis estratos.



9. Es de interés en el estudio clasificar los productos según el mayor peso o contenido promedio. Con ello podremos sugerir a los usuarios la compra de una determinada marca y presionar a los demás productores hacia el cumplimiento de las normas.
10. En caso de validar cuantitativamente la hipótesis de que no hay concordancia entre el contenido neto especificado y el contenido real de los productos maná y menú, las empresas productoras se harán acreedoras a las sanciones pecuniarias establecidas por el Estado.

También debe tenerse en cuenta que todas las mediciones requeridas para el estudio deberán ser realizadas en el laboratorio de metrología de la empresa *Meteoro*, la cual está homologada por el Estado para este propósito.

11. La presentación del informe final del estudio debe ser tal que pueda ser entendido de manera fácil por nuestros usuarios. Las herramientas gráficas constituyen para nosotros una gran ayuda.
12. El informe final del estudio deberá ser presentado a esta oficina en un plazo máximo de quince meses a partir de la fecha.

Don Kurto, como asesor estadístico de larga trayectoria, asimiló perfectamente las sugerencias del presidente y agregó: “El diseño es para mí lo más importante de un proceso estadístico”; por eso concentraré todos mis esfuerzos iniciales en esta etapa. Entiendo que el estudio solicitado no puede limitarse simplemente a un muestreo, sino que es necesario seguir una a una las etapas de una investigación estadística hasta llegar a un conjunto de inferencias válidas que sean de verdadera utilidad para la toma de decisiones en la asociación de consumidores.

De todas maneras, estoy convencido de que, para responder a las expectativas de la asociación, puedo cumplir dos objetivos: realizar el estudio solicitado y prestar un gran servicio a nuestra comunidad.

## 0.2. Actividades previas al diseño

1. Entrevistas y consulta de archivos.

Una vez firmado el contrato, don Kurto inició su trabajo. Como lo había anunciado, dedicó todos sus esfuerzos iniciales a la etapa de diseño como una condición necesaria para el éxito de la investigación.

Para cumplir este propósito, acordó inicialmente una nueva reunión con el presidente y sus subalternos con el fin de conocer algunos detalles adicionales sobre el caso.

La reunión fue muy fructífera, pues se pudo saber que existen algunas estadísticas importantes sobre algunas de las variables en consideración. Se conoció el nombre de los organismos que las poseen y la dirección de cada uno de ellos.

También se supo que la Asociación de Consumidores de Alimentos, ACA, no tiene estadísticas diferentes a las obtenidas por el secretario. Después de un proceso de consultas en diferentes entidades oficiales y privadas, se obtuvo la siguiente información:

1.1. Número de habitantes de Consumonopla: 300.000 Distribución según estratos:

Estrato 1:	15.000 personas
Estrato 2:	30.000 personas
Estrato 3:	120.000 personas
Estrato 4:	75.000 personas
Estrato 5:	45.000 personas
Estrato 6:	15.000 personas

1.2. Número de hogares (familias) en Consumonopla: 60.000

Distribución según estratos:

Estrato 1:	3.000 familias
Estrato 2:	6.000 familias
Estrato 3:	24.000 familias
Estrato 4:	15.000 familias
Estrato 5:	9.000 familias
Estrato 6:	3.000 familias

1.3. Número de supermercados en Consumonopla: 72

El total de supermercados hace referencia a todos los centros de distribución existentes en la ciudad, teniendo en cuenta que

los propietarios de las pequeñas tiendas o graneros minoristas compran los productos maná y menú en algunos de los 72 supermercados o centros de distribución.

La distribución de los supermercados según los estratos de los barrios en donde están ubicados es la siguiente:

Estrato 1:	2 supermercados
Estrato 2:	8 supermercados
Estrato 3:	26 supermercados
Estrato 4:	18 supermercados
Estrato 5:	12 supermercados
Estrato 6:	6 supermercados

- 1.4. Se conoció, por un estudio reciente, que la desviación estándar de los precios de los productos de las cuatro marcas es constante para cada una de ellos en los diferentes estratos y a través de los meses del año. Los valores consultados fueron:

Desviación estándar del precio

<u>Producto</u>	<u>Marca</u>	<u>Todos los estratos</u>
Maná	<i>El apetito</i>	\$75
Maná	<i>El nutriente</i>	\$66
Menú	<i>La sazón</i>	\$55
Menú	<i>La vitamina</i>	\$49

- 1.5. Las estadísticas oficiales sobre consumo permitieron conocer la desviación estándar del consumo por familia en cada uno de los estratos y para cada una de las 4 marcas, así:

Producto	Marca	Desviación estándar del consumo por familia según estratos					
		1	2	3	4	5	6
Maná	<i>El apetito</i>	3	4	5	$\sqrt{18}$	3	2
Maná	<i>El nutriente</i>	4	3	$\sqrt{18}$	5	$\sqrt{20}$	$\sqrt{10}$
Menú	<i>La sazón</i>	$\sqrt{17}$	$\sqrt{12}$	$\sqrt{21}$	4	$\sqrt{3}$	$\sqrt{8}$
Menú	<i>La vitamina</i>	$\sqrt{3}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{32}$	$\sqrt{14}$	3	4

## 2. La concertación de los errores.

En la reunión con el presidente, don Kurto le explicó todos los pormenores sobre el error muestral y su importancia dentro del estudio, llegando a una acuerdo en relación con cada uno de ellos.

Los valores concertados, fueron los siguientes:

Para la estimación de:	Error máximo permisible ( $E_0$ )
- Peso promedio neto del maná en las dos marcas:	10 gramos
- Contenido neto promedio de menú en las dos marcas:	7 centímetros cúbicos
- La proporción de personas conscientes de la no conformidad:	5 %
- El consumo promedio mensual por familia de <i>El apetito</i> :	2 cajas
- El consumo promedio mensual por familia de <i>El nutriente</i> :	2 bolsas
- El consumo promedio mensual de <i>La sazón</i> y <i>La vitamina</i> :	2 frascos
- El precio promedio de maná, <i>El apetito</i> y <i>El nutriente</i> :	\$20
- El precio promedio de menú, <i>La sazón</i> y <i>La vitamina</i> :	\$10
- El peso promedio de los empaques de <i>El apetito</i> y <i>El nutriente</i> :	0,5 gramos

## 3. Muestras piloto.

Después de analizar detalladamente las estadísticas consultadas y acordar la magnitud de los errores para la estimación de los diferentes parámetros, don Kurto era consciente de que faltaba información

para poder realizar un buen diseño. Fue así como decidió realizar varios muestreos piloto para completar la información faltante.

Con una planeación adecuada, tomó una muestra representativa de 10 supermercados por cada una de las cuatro marcas en estudio, con representación aproximadamente proporcional a cada uno de los estratos. En cada supermercado seleccionado consultó la cantidad del inventario disponible y calculó el peso total en cada uno de ellos. Posteriormente calculó la varianza de los totales de peso de cada marca y el inventario promedio de los 10 supermercados, con los siguientes resultados:

$\bar{m}$ : Número promedio de unidades de cada marca de producto encontrado en los 10 supermercados.

$S_t^2$ : Varianza de los totales de peso de los 10 supermercados.

Producto marca	$\bar{m}$	$S_t^2$
Maná <i>El apetito</i>	4060 unidades	$415 \times 10^7 (grs)^2$
Maná <i>El nutriente</i>	1700 unidades	$21 \times 10^7 (grs)^2$
Menú <i>La sazón</i>	3600 unidades	$64 \times 10^7 (grs)^2$
Menú <i>La vitamina</i>	1520 unidades	$32 \times 10^7 (grs)^2$

También tomó una muestra piloto para estimar la proporción de consumidores que son conscientes del problema de la no conformidad en el peso o volumen de las cuatro marcas. Para ello se visitaron 10 supermercados elegidos al azar y se observaron las canastas de los compradores; quienes tenían en su canasta al menos una de las cuatro marcas estudiadas, fueron interrogados de la siguiente manera:

¿Considera usted que el contenido del producto (*El apetito*, *El nutriente*, *La sazón* o *La vitamina*) especificado en el empaque es el correcto?

La pregunta se repitió para cada persona, tantas veces como productos diferentes hubiera adquirido. Después de entrevistar 10 personas en cada uno de los 10 supermercados se encontró que 80 de ellas habían adquirido dos productos, en tanto que 20 habían adquirido sólo uno de ellos. Los resultados fueron los siguientes:

Adquirieron *El apetito* y *La sazón*: 32 personas  
 Adquirieron *El apetito* y *La vitamina*: 24 personas  
 Adquirieron *El nutriente* y *La sazón*: 16 personas  
 Adquirieron *El nutriente* y *La vitamina*: 8 personas

Adquirieron sólo el maná marca *El apetito*: 8  
 Adquirieron sólo el maná marca *El nutriente*: 6  
 Adquirieron sólo el menú marca *La sazón*: 4  
 Adquirieron sólo el menú marca *La vitamina*: 2

Los datos anteriores fueron condensados en la siguiente tabla:

**TABLA 1**  
*Número de productos adquiridos por 100 personas*

	<i>El apetito</i>	<i>El nutriente</i>	<i>La sazón</i>	<i>La vitamina</i>	Total
<i>El apetito</i>	8	0	32	24	64
<i>El nutriente</i>	0	6	16	8	30
<i>La sazón</i>	32	16	4	0	52
<i>La vitamina</i>	24	8	0	2	34
Total	64	30	52	34	180

Las respuestas dadas por los consumidores fueron las siguientes:

- a. Sí
- b. No
- c. Yo creo que sí
- d. Yo confío en que sí
- e. No creo
- f. Yo creo que no
- g. Puede que sí

h. No sé

Don Kurto clasificó las respuestas en dos categorías, según que el consumidor fuera o no consciente del problema, de la siguiente manera: Son conscientes del problema quienes respondieron: no, no creo, o yo creo que no. No son conscientes del problema quienes respondieron: sí, yo creo que sí, yo confío en que sí, puede que sí o no sé. Las personas que no respondieron a la pregunta tampoco fueron tenidas en cuenta como parte de la muestra.

Según la clasificación establecida, el número de respuestas conscientes y no conscientes del problema de la no conformidad en el peso o volumen de los productos es el siguiente:

**TABLA 2**  
*Número de respuestas conscientes y no conscientes*

	<i>El apetito</i>	<i>El nutriente</i>	<i>La sazón</i>	<i>La vitamina</i>	Total
Conscientes	28	8	27	2	65
No conscientes	36	22	25	32	115
Total	64	30	52	34	180

De esta manera se obtuvo que la proporción de personas conscientes del problema para cada una de las cuatro marcas es:

Para maná *El apetito*: 43.7 %

Para mana *El nutriente*: 26.6 %

Para menú *La sazón*: 51.9 %

Para menú *La vitamina*: 5.8 %

Con toda la información obtenida mediante consulta de archivos, entrevistas y muestreos piloto, se pudo realizar el diseño muestral.

Para minimizar los posibles errores, la precisión de los equipos de medición también fue objeto de consulta. Después de visitar los laboratorios de la empresa *Meteoro* se encontró que el peso de un producto se mide en balanzas con un error máximo de 0,1 gramos, y el volumen de un líquido se mide en vasos especiales con un error máximo de 0,1 centímetros cúbicos.

Con esta información don Kurto consideró tener asegurado un buen nivel de confiabilidad en las mediciones de peso y volumen.

También se consultaron algunos aspectos con los productores y distribuidores de las cuatro marcas. Los productores manifestaron que sus productos se distribuyen a los supermercados sin ninguna distinción de ubicación o estrato, para lo cual sólo se tiene en cuenta el orden de producción y de los pedidos realizados.

El argumento anterior hizo pensar a don Kurto que, según los productores, resulta indiferente tomar una muestra de uno u otro supermercado para estimar el peso o el volumen promedio de los productos.

Un poco escéptico sobre las afirmaciones de los fabricantes, don Kurto aseveró que era necesario validar estadísticamente estas respuestas para poder ponerlas en práctica.

En relación con los precios de los productos, también se hizo una consulta en varios supermercados, después de la cual se evidenció que aquellos ubicados en barrios de estratos bajos tienden a ofrecer precios más bajos que los ubicados en barrios de estratos altos. Esta consulta proporcionó una idea importante sobre el método de muestreo que deberá utilizarse para la estimación del precio promedio.

Con relación al consumo mensual por familia, los distribuidores manifestaron que las familias de los estratos altos tienen un mayor consumo que las de los estratos bajos, lo cual se evidencia en el mayor volumen de los pedidos realizados por los supermercados ubicados en barrios de estratos altos, complementados con el hecho de que el número de familias es menor.

### 0.3. Datos obtenidos en el estudio

Una vez efectuado el diseño completo para el estudio, don Kurto se dedicó a la recolección de los datos para el mismo. Hasta los más mínimos detalles habían sido previstos y todo estaba orientado hacia el cumplimiento de los objetivos trazados.

Según el cronograma establecido por el asesor y los requerimientos del presidente, la conformidad en el peso o volumen de los productos debería verificarse de manera puntual en el tiempo; en cambio, las relaciones entre



contenido neto, precio y consumo deberían realizarse durante todos los meses de un mismo año.

Según el diseño establecido para el estudio en relación con el peso neto de las cuatro marcas de productos, se decidió utilizar muestreo por conglomerados en dos etapas. En la primera se toma una muestra aleatoria simple de conglomerados o supermercados y, en la segunda, una muestra al azar de cada una de las marcas de los productos. La muestra al azar de productos de cada marca fue tomada de tal manera que estuvieran representadas las diferentes posiciones de los productos en la estantería.

Para el maná de la marca *El apetito* se calculó un tamaño de muestra de nueve supermercados, de cada uno de los cuales se tomaron nueve unidades del producto. Se llevaron las 81 unidades del producto al laboratorio de la empresa *Meteoro* y se midió el peso neto y el empaque de cada uno de los productos. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

**Empresa *El Alimento S.A.***  
**Peso neto en gramos de 81 cajas de maná *El apetito***  
**y sus respectivos empaques (cajas)**

Peso Neto <i>El apetito</i>	Peso caja	Peso Neto <i>El apetito</i>	Peso caja	Peso Neto <i>El apetito</i>	Peso caja
491.4	9.60	490.8	10.01	494.9	9.41
486.0	10.20	500.9	9.77	503.9	10.09
492.5	11.04	493.3	9.23	485.2	10.79
493.7	11.56	499.9	9.66	501.4	9.62
487.9	10.14	504.3	9.60	491.8	10.71
507.3	9.76	481.3	8.77	494.4	9.48
491.1	10.75	500.6	10.64	494.1	10.11

Peso Neto <i>El apetito</i>	Peso caja	Peso Neto <i>El apetito</i>	Peso caja	Peso Neto <i>El apetito</i>	Peso caja
496.5	9.80	478.4	10.11	495.5	8.02
491.9	9.25	491.8	10.46	496.4	8.99
496.8	11.72	509.1	9.13	503.1	10.14
475.1	9.84	496.2	10.92	498.8	10.22
494.6	9.04	502.8	9.74	496.0	9.33
505.6	8.51	484.0	10.19	494.4	9.89
506.1	9.64	495.8	11.83	493.3	9.50
480.8	10.21	492.1	8.43	501.9	9.88
496.6	10.89	491.9	8.89	508.3	9.52
496.1	9.66	497.2	10.58	493.8	10.05
499.2	9.28	497.8	9.51	493.3	10.02
502.2	9.12	476.9	9.57	497.4	9.61
488.5	11.03	501.3	9.80	488.0	8.75
497.0	7.91	495.5	10.00	492.7	9.21
480.2	9.88	486.4	10.80	495.6	10.66
490.3	8.63	496.4	9.45	490.0	9.32
512.8	9.71	488.3	10.42	497.5	9.89
501.9	10.32	483.4	10.08	491.1	8.50
490.8	10.07	510.0	8.92	494.9	10.56
500.9	9.44	489.9	9.99	500.4	9.76

Para la toma de la muestra de maná *El nutriente* se procedió de manera similar, con la diferencia que el tamaño de la muestra calculada fue de tres supermercados y luego se tomaron 27 unidades al azar de cada uno de ellos.

Los resultados fueron los siguientes:

**Empresa *EL Abasto S.A.***  
**Peso neto en gramos de 81 bolsas de maná *El nutriente***  
**y sus respectivos empaques (bolsas)**

Peso Neto <i>El nutriente</i>	Peso bolsa	Peso Neto <i>El nutriente</i>	Peso bolsa	Peso Neto <i>El nutriente</i>	Peso bolsa
497.7	2.98	516.2	4.50	479.8	3.51
509.6	3.46	508.4	4.68	503.8	2.77
497.8	4.39	513.1	2.95	493.5	3.09
492.4	3.43	514.6	3.02	509.4	3.61
508.9	4.20	491.0	3.79	492.4	3.72
510.4	4.18	507.3	4.87	512.8	2.81
495.8	3.98	495.7	3.20	507.8	3.15
489.9	3.70	505.3	3.60	506.7	3.52
500.0	3.40	506.9	3.29	508.8	3.06
500.4	2.50	496.4	2.99	502.9	4.71
480.3	2.99	509.1	3.99	508.9	4.66
500.2	3.57	505.1	4.07	514.8	2.60
509.8	4.21	474.7	2.49	477.6	3.15
481.9	3.39	470.9	3.07	514.6	4.98
500.7	4.32	499.0	3.90	488.6	5.38
505.5	4.39	505.6	4.12	485.4	2.70
516.8	3.80	513.3	3.28	502.9	3.18
507.8	3.42	502.9	3.39	493.6	2.99
507.9	4.73	501.6	2.88	507.3	3.66
505.2	2.93	489.8	3.03	502.4	3.68
467.0	3.00	507.5	4.90	503.8	5.80
490.2	3.68	492.2	5.32	509.9	2.91
505.9	4.45	482.5	2.86	510.0	3.33

Peso Neto <i>El nutriente</i>	Peso bolsa	Peso Neto <i>El nutriente</i>	Peso bolsa	Peso Neto <i>El nutriente</i>	Peso bolsa
506.1	3.33	469.7	3.12	498.6	4.32
504.9	4.52	500.1	3.91	508.7	4.28
502.9	3.48	503.2	5.29	507.9	2.62
486.9	3.06	507.2	3.40	510.2	3.21

Para la toma de la muestra de menú marca *La sazón* también se aplicó el muestreo por conglomerados en dos etapas. En la primera se tomó una muestra aleatoria simple de cuatro supermercados y luego se tomaron 20 unidades al azar de cada uno de ellos. Para el producto menú en las dos marcas, no es de interés el volumen de los envases, pues se conoce que ambos son producidos en la misma empresa con estándares internacionales de mucha confiabilidad.

Para el menú *La vitamina* se calculó una muestra de diez supermercados y una elección al azar de cuatro unidades en cada uno de ellos. Los resultados para ambas marcas, fueron los siguientes:

**Empresa *La Satisfecha S.A.***  
**Contenido neto en centímetros cúbicos de 80 frascos**  
**de menú marca *La sazón***

350.2	350.0	347.7	348.8	349.9	347.6	347.9	348.1	350.1
355.0	351.0	348.5	353.9	350.0	352.8	349.9	356.0	359.0
357.4	352.7	339.1	340.2	341.8	342.6	340.7	339.9	340.0
347.0	347.8	348.9	349.2	350.3	350.4	350.7	347.1	348.4
335.1	353.4	351.1	337.2	351.0	352.1	356.6	338.7	361.4
347.0	354.2	348.8	353.6	349.3	353.1	350.5	355.1	362.5
344.2	345.1	343.0	344.7	343.3	343.0	344.4	345.5	343.8
361.0	353.3	351.9	353.2	354.4	353.7	355.5	355.9	361.4
343.1	344.2	345.3	346.3	346.1	344.8	345.5	345.9	

**Empresa *La Comelona S.A.***  
**Contenido neto en centímetros cúbicos de 80 frascos**  
**de menú marca *La vitamina***

349.3	353.0	353.7	346.1	351.4	341.9	352.2	354.4	350.4
353.9	349.6	349.2	352.4	344.9	351.1	348.8	347.9	352.2
351.5	354.2	351.7	352.4	354.1	352.3	356.1	352.5	355.3
348.6	348.9	350.9	345.9	347.2	352.6	349.0	351.8	354.1
351.9	345.1	341.2	353.1	351.9	344.2	352.2	342.5	347.5
350.2	343.3	353.2	352.0	352.2	352.1	344.0	353.9	357.7
340.8	351.1	352.2	348.7	345.8	347.4	351.3	349.7	351.0
350.9	346.8	354.4	354.1	350.9	348.8	352.7	352.4	340.8
345.7	351.3	343.8	348.8	352.8	350.0	353.8	346.6	

Para la estimación del precio promedio por mes para cada marca, se utilizó muestreo estratificado con afijación proporcional. En esta decisión se tuvieron en cuenta los resultados de las consultas realizadas sobre la variación de los precios a lo largo del año.

Con los tamaños de las muestras y submuestras calculadas para cada marca, se tomó cada mes una muestra aleatoria simple de supermercados, según estratos, y se investigó el precio del producto respectivo. Con los datos obtenidos se calculó el promedio aritmético de ellos para obtener el precio promedio por mes. Para la utilización del promedio aritmético se tuvo en cuenta el hecho de que todos los datos recogidos para cada producto y para cada mes, presentaron distribuciones aproximadamente simétricas.

Para la determinación del consumo promedio por familia mensual se procedió de manera similar, con la única diferencia de que las unidades de análisis fueron las familias de la ciudad de Consumonopla. A pesar de tener cifras históricas sobre consumo, don Kurto prefirió realizar un muestreo más actualizado.

Después de tomar una muestra estratificada de familias se preguntó a

la cabeza de familia sobre el consumo mensual de cada una de las marcas; el proceso se repitió durante los 12 meses del año.

Para evitar distorsiones en la variación de los precios y el consumo, todas las muestras fueron tomadas en la última semana de cada mes. Teniendo en cuenta la observación hechas por el secretario en relación con la posible dependencia entre el contenido neto de cada marca, el precio y el consumo, también se tomaron muestras mensuales de cada una de ellas para estimar el contenido neto promedio. Utilizando muestreo por conglomerados, se calculó el promedio mensual de peso neto para cada una de las cuatro marcas. Los resultados se describen a continuación:

**Empresa *El Alimento S.A.***  
**Relación mensual de promedios**  
**Producto maná marca *El apetito***

Mes	Consumo promedio por familia - mes (cajas de 500 gramos)	Precio promedio por mes (pesos)	Contenido neto en promedio (gramos)
1	14,2	1200	499,1
2	12,1	1220	497,2
3	11,4	1235	495,9
4	10,3	1252	495,1
5	12,2	1260	496,9
6	13,3	1270	497,8
7	14,5	1284	498,4
8	12,9	1300	497,3
9	10,2	1330	495,0
10	9,9	1365	493,8
11	10,7	1410	494,9
12	17,2	1464	498,3

**Empresa *EL Abasto S.A.***  
**Relación mensual de promedios**  
**Producto maná marca *El nutriente***

Mes	Consumo promedio por familia - mes (bolsas de 500 gramos)	Precio promedio por mes (pesos)	Contenido neto en promedio (gramos)
1	14,2	1100	495,4
2	12,1	1110	496,1
3	11,4	1130	497,3
4	10,3	1140	498,2
5	12,2	1165	496,3
6	13,3	1180	497,1
7	14,5	1190	495,9
8	12,9	1200	496,4
9	10,2	1210	499,9
10	9,9	1270	500,8
11	10,7	1300	498,1
12	17,2	1360	495,1

**Empresa *La Satisfecha S.A.***  
**Relación mensual de promedios**  
**Producto manú marca *La sazón***

Mes	Consumo promedio por familia - mes (frascos de 350 cc.)	Precio promedio por mes (pesos)	Contenido neto en promedio (cc.)
1	4.8	1820	348.6
2	4.7	1820	349.2
3	4.8	1820	350.7
4	4.9	1820	350.1
5	5.0	1820	349.8
6	5.2	1960	349.2

Mes	Consumo promedio por familia - mes (frascos de 350 cc.)	Precio promedio por mes (pesos)	Contenido neto en promedio (cc.)
7	5.2	1980	351.0
8	5.4	1910	348.8
9	5.7	1920	349.5
10	6.2	1920	349.1
11	6.9	1920	348.4
12	7.5	2000	350.1

**Empresa *La Comelona S.A.***  
**Relación mensual de promedios**  
**Producto manú marca *La vitamina***

Mes	Consumo promedio por familia - mes (frascos de 350 cc.)	Precio promedio por mes (pesos)	Contenido neto en promedio (cc.)
1	4.8	1810	350.9
2	4.7	1810	348.8
3	4.8	1830	349.8
4	4.9	1830	351.4
5	5.0	1840	350.4
6	5.2	1870	347.6
7	5.2	1900	349.4
8	5.4	1900	351.2
9	5.7	1920	352.1
10	6.2	1930	350.1
11	6.9	1950	348.7
12	7.5	1970	349.0