

Del medio continuo clásico al generalizado

Juan H. Cadavid R.



Cadavid Restrepo, Juan Hernando

Del medio continuo clásico al generalizado / Juan Hernando Cadavid Restrepo. --
Medellín: Fondo Editorial Universidad EAFIT, 2014.

446 p.; 24 cm. -- (Académica)

ISBN 978-958-720-237-3

1. Mecánica continua. 2. Mecánica de fluidos. 3. Elasticidad. 4. Cinemática. I. Tít. II.
Serie

531 cd 21 ed.

C121

Universidad EAFIT- Biblioteca Luis Echavarría Villegas

Del medio continuo clásico al generalizado

Primera edición: noviembre de 2014

© Juan H. Cadavid R.

© Fondo Editorial Universidad EAFIT

Carrera 48A No. 10 sur - 107

Tel.: 261 95 23, Medellín

<http://www.eafit.edu.co/fondoeditorial>

e-mail: fonedit@eafit.edu.co

ISBN: 978-958-720-237-3

Prohibida la reproducción total o parcial, por cualquier medio o con cualquier propósito, sin la autorización escrita de los editores.

Editado en Medellín, Colombia

Contenido

| | |
|---|-------|
| Prólogo..... | xv |
| Notación matemática..... | xxiii |
| | |
| Parte I. El medio continuo clásico..... | 1 |
| | |
| 1. De la mecánica estándar a la del medio continuo..... | 3 |
| 1.1 El agotamiento de la mecánica estándar..... | 4 |
| 1.1.1 Ubicación epistemológica de la mecánica..... | 4 |
| 1.1.2 Análisis mecánico..... | 5 |
| 1.1.3 El sistema físico y su clasificación..... | 8 |
| 1.1.3.1 Partícula..... | 9 |
| 1.1.3.2 Cuerpo rígido..... | 10 |
| 1.1.3.3 Cuerpo deformable..... | 11 |
| 1.1.4 Sistemas de n cuerpos..... | 11 |
| 1.1.5 Sistema de partículas..... | 12 |
| 1.1.6 Sistema de pocas partículas..... | 13 |
| 1.1.7 Sistema de muchas partículas..... | 16 |
| 1.2 Acerca de la estructura de la materia..... | 19 |
| 1.2.1 Atomismo especulativo..... | 19 |
| 1.2.2 Atomismo científico..... | 22 |
| 1.2.3 Teoría atómica..... | 28 |
| 1.2.4 Estado actual del conocimiento de la estructura de la materia..... | 31 |
| 1.3 La hipótesis corpuscular, preámbulo del medio continuo..... | 31 |
| 1.3.1 Física newtoniana..... | 32 |
| 1.3.2 Fuerzas de cohesión..... | 33 |
| 1.3.2.1 La química..... | 38 |
| 1.3.2.2 La capilaridad..... | 39 |
| 1.3.2.3 La elasticidad..... | 41 |
| 1.4 Un enfoque macroscópico para el análisis mecánico..... | 43 |
| 1.4.1 La aproximación del campo promedio..... | 47 |
| 1.4.2 El medio continuo..... | 49 |
| 1.5 Origen del medio continuo..... | 50 |
| 2. Conceptos de base en medio continuo clásico..... | 55 |
| 2.1 El aporte de Cauchy al medio continuo..... | 56 |
| 2.2 Medio continuo y medio continuo clásico..... | 60 |
| 2.2.1 El reduccionismo del medio continuo..... | 62 |
| 2.2.2 Caracterización del medio continuo..... | 67 |
| 2.2.2.1 Una definición de medio continuo..... | 67 |

| | |
|---|-----|
| 2.2.2.2 Límite de aplicabilidad del medio continuo..... | 69 |
| 2.2.2.3 Condiciones constitutivas primarias de un material idealizado con el medio continuo..... | 70 |
| 2.2.2.4 Una primera aproximación a la homogeneidad..... | 71 |
| 2.2.2.5 Conclusión..... | 77 |
| 2.2.3 Medio continuo clásico..... | 78 |
| 2.2.4 El cuerpo deformable clásico..... | 79 |
| 2.3 Cinemática del cuerpo sólido deformable clásico..... | 79 |
| 2.3.1 Introducción..... | 79 |
| 2.3.1.1 Para aclarar ciertas confusiones..... | 80 |
| 2.3.1.2 Terminología..... | 82 |
| 2.3.2 Elementos para el estudio del movimiento..... | 83 |
| 2.3.2.1 Representación del cuerpo sólido deformable..... | 83 |
| 2.3.2.2 Configuraciones..... | 83 |
| 2.3.2.3 Sistemas de coordenadas..... | 84 |
| 2.3.2.4 Notación..... | 86 |
| 2.3.2.5 Idealización del punto material..... | 86 |
| 2.3.2.6 Descripción del movimiento..... | 88 |
| 2.3.3 Evaluación del movimiento..... | 90 |
| 2.3.3.1 Tensor gradiente material de deformaciones..... | 91 |
| 2.3.3.2 Desplazamiento..... | 92 |
| 2.3.3.3 Primera medida de deformación-relativa..... | 93 |
| 2.3.3.4 Segunda medida de deformación-relativa..... | 101 |
| 2.3.3.5 Deformaciones-relativas grandes y pequeñas..... | 104 |
| 2.3.3.6 Cinemática de la deformación pequeña..... | 106 |
| 2.4 Cinética del sólido deformable clásico..... | 111 |
| 2.4.1 Naturaleza de la fuerza..... | 112 |
| 2.4.1.1 Principio de tensión de Cauchy..... | 112 |
| 2.4.1.2 Tensor de tensiones..... | 114 |
| 2.4.1.3 Vector de tracción en cualquier plano..... | 115 |
| 2.4.2 Ecuaciones de conservación..... | 117 |
| 2.4.2.1 Ecuación de conservación del <i>momentum</i> lineal..... | 117 |
| 2.4.2.2 Ecuación de conservación del <i>momentum</i> angular..... | 117 |
| 2.4.2.3 Ecuación de conservación de la energía..... | 118 |
| 2.4.3 Función de densidad de energía potencial..... | 121 |
| Parte II. El medio continuo generalizado..... | 125 |
| 3. Controversia sobre el número de coeficientes de elasticidad lineal..... | 127 |
| 3.1 Elementos de teoría clásica de la elasticidad lineal..... | 128 |
| 3.1.1 Ecuaciones constitutivas..... | 128 |

| | |
|--|-----|
| 3.1.2 Coeficientes de elasticidad lineal..... | 129 |
| 3.1.3 Ecuaciones de Navier..... | 134 |
| 3.2 La controversia..... | 135 |
| 3.2.1 Los coeficientes de elasticidad según Navier y Poisson..... | 136 |
| 3.2.2 Los coeficientes de elasticidad según Cauchy..... | 136 |
| 3.2.2.1 Los coeficientes de elasticidad mediante el medio continuo..... | 137 |
| 3.2.2.2 Los coeficientes de elasticidad con apoyo de la aproximación del campo promedio..... | 139 |
| 3.2.2.3 Dos teorías enfrentadas..... | 155 |
| 3.2.2.4 La resolución de la controversia..... | 162 |
| 3.2.2.5 Análisis..... | 163 |
| 3.3 La teoría de la elasticidad lineal según Voigt..... | 164 |
| 4. Caracterización del medio continuo generalizado..... | 171 |
| 4.1 Preliminares..... | 171 |
| 4.2 El medio continuo clásico cuestionado..... | 173 |
| 4.2.1 Condiciones constitutivas del material idealizado como medio continuo clásico..... | 173 |
| 4.2.2 Cuestionamiento de las condiciones constitutivas del material idealizado como medio continuo clásico..... | 174 |
| 4.2.3 La rotación de las moléculas en los materiales..... | 174 |
| 4.2.4 La homogeneidad..... | 174 |
| 4.2.4.1 Introducción..... | 174 |
| 4.2.4.2 Homogeneidad y materiales compuestos..... | 175 |
| 4.2.4.3 Microestructura..... | 176 |
| 4.2.4.4 Escalas longitudinales..... | 180 |
| 4.2.4.5 Efectos de tamaño o microestructurales..... | 184 |
| 4.2.4.6 Elemento de volumen representativo..... | 193 |
| 4.2.4.7 Postulado de separación de escalas..... | 199 |
| 4.2.5 Influencia del campo molecular en el comportamiento mecánico de una molécula..... | 203 |
| 4.3 El medio continuo generalizado..... | 203 |
| 4.3.1 Teorías del medio continuo generalizado..... | 205 |
| 4.3.1.1 Teoría de Cosserat..... | 206 |
| 4.3.1.2 Teorías tipo Cosserat..... | 208 |
| 4.3.1.3 Teoría de la tensión de par..... | 210 |
| 4.3.1.4 Teorías de grado superior..... | 213 |
| 4.3.1.5 Teorías de orden superior..... | 215 |
| 4.3.1.6 Tendencias modernas..... | 218 |
| Parte III. Teoría de Toupin-Mindlin..... | 223 |
| 5. Teorías de grado superior..... | 227 |

| | |
|--|-----|
| 5.1. Cinética básica para del cuerpo sólido generalizado..... | 228 |
| 5.1.1 Tensión de par..... | 228 |
| 5.1.1.1 Tensores de tensiones y de tensiones de par..... | 229 |
| 5.1.1.2 Vectores de tracción y de tracción de par en cualquier plano..... | 232 |
| 5.1.1.3 La tensión de par representada como un tensor de orden tres..... | 233 |
| 5.1.2 Ecuaciones de conservación generalizadas..... | 237 |
| 5.1.2.1 Generalidades..... | 237 |
| 5.1.2.2 Formulación general de las ecuaciones de conservación de la mecánica para el cuerpo sólido generalizado..... | 239 |
| 5.2 Cinemática básica para el cuerpo sólido generalizado..... | 252 |
| 5.2.1 Medidas adicionales de deformación-relativa..... | 252 |
| 5.2.1.1 Ideas fundamentales..... | 252 |
| 5.2.1.2 Tensor de curvatura..... | 253 |
| 5.2.1.3 Gradientes..... | 256 |
| 5.3 Teoría de la tensión de par..... | 258 |
| 5.3.1 Generalidades..... | 258 |
| 5.3.2. Ecuaciones constitutivas generales para un material elastolineal y polar..... | 259 |
| 5.3.3 Ecuaciones constitutivas generales linealizadas de un material elastolineal y polar..... | 276 |
| 5.3.4 Ecuaciones constitutivas linealizadas de un material elastolineal, homogéneo, isótropo y con simetría central..... | 281 |
| 5.3.4.1 Modelo matemático linealizado del cuerpo sólido elastolineal, homogéneo, polar, isótropo y con simetría central..... | 293 |
| 5.4 Teoría del primer gradiente de deformaciones-relativas..... | 297 |
| 5.4.1 Ecuaciones de conservación linealizadas en el medio continuo de grado superior..... | 298 |
| 5.4.2 Ecuaciones constitutivas linealizadas de un material sólido elastolineal, homogéneo, polar e isótropo..... | 307 |
| 5.4.2.1 Modelo matemático para un cuerpo sólido elastolineal, polar, homogéneo e isótropo..... | 311 |
| 6. Teorías de orden superior..... | 313 |
| 6.1 El medio continuo micromórfico..... | 314 |
| 6.1.1 Definición..... | 314 |
| 6.1.2 Aspectos básicos para el estudio de la deformación en el medio continuo micromórfico..... | 315 |
| 6.1.2.1 Micro y macrodeformación..... | 315 |
| 6.1.2.2 Micro y macromedio..... | 316 |

| | |
|--|-----|
| 6.1.2.3 Triedro director..... | 319 |
| 6.1.2.4 Modos de deformación..... | 320 |
| 6.2 Cinemática del medio continuo de orden superior..... | 321 |
| 6.2.1 Cinemática del medio continuo de orden superior según Eringen..... | 321 |
| 6.2.1.1 Descripción del movimiento en el medio continuo micromórfico..... | 321 |
| 6.2.1.2 Deformación del medio continuo micromórfico..... | 325 |
| 6.2.1.3 Medidas de deformación-relativa..... | 340 |
| 6.2.1.4 Materiales micromórficos..... | 353 |
| 6.2.1.5 A manera de síntesis y conclusiones..... | 354 |
| 6.2.2 La cinemática de orden superior según Mindlin..... | 360 |
| 6.2.2.1 Elementos básicos..... | 360 |
| 6.2.2.2 Medidas de deformación-relativa..... | 363 |
| 6.2.2.3 La cinemática micropolar linealizada de Mindlin..... | 364 |
| 6.2.3 Comparación entre la cinemática micropolar linealizada de Mindlin y la de Eringen..... | 365 |
| 6.3 Cinética del medio continuo de orden superior..... | 367 |
| 6.3.1 Ecuaciones de conservación linealizadas en el medio continuo de orden superior..... | 367 |
| 6.3.2 Ecuaciones constitutivas generales linealizadas del medio continuo de orden superior según la teoría de Mindlin..... | 384 |
| 6.3.2.1 Material elastolineal y polar..... | 384 |
| 6.3.2.2 Material elastolineal, polar, isótropo y con simetría central... | 385 |
| 6.3.3 Modelos matemáticos linealizados de orden superior según Mindlin..... | 390 |
| 6.3.3.1 Del cuerpo sólido elastolineal, polar, isótropo, con simetría central y macrohomogéneo..... | 390 |
| 6.3.3.2 Del cuerpo sólido elastolineal micropolar isótropo y macrohomogéneo..... | 391 |
| 6.3.4 Acerca de las constantes constitutivas..... | 397 |
| Referencias..... | 399 |
| Obras citadas..... | 399 |
| Obras recomendadas..... | 411 |

Listado de figuras

| | |
|--|-----|
| Figura 1.1 Problema central de la mecánica..... | 6 |
| Figura 1.2 Sistemas físicos según nivel de idealización..... | 20 |
| Figura 2.1 Sistema de n partículas..... | 63 |
| Figura 2.2 Región finita dentro de un sistema de n partículas..... | 63 |
| Figura 2.3 Transformación de una región finita en un punto material..... | 65 |
| Figura 2.4 Resumen del reduccionismo aplicado para obtener el medio continuo..... | 65 |
| Figura 2.5 Transformación de una distribución discreta de velocidades en un campo..... | 67 |
| Figura 2.6 Variación de la densidad con el cambio de un volumen finito de un medio continuo..... | 74 |
| Figura 2.7 Configuración y desplazamiento de un punto material..... | 84 |
| Figura 2.8 Configuraciones de referencia y actual de un cuerpo.. | 85 |
| Figura 2.9 Punto material y su entorno diferencial..... | 87 |
| Figura 2.10 Transformación de un vector elemental entre dos configuraciones..... | 87 |
| Figura 2.11 Trayectoria de un punto material..... | 90 |
| Figura 2.12 Distinción entre modo de cuerpo rígido local y de deformación..... | 94 |
| Figura 2.13 Transformación entre configuraciones de un par de vectores elementales..... | 94 |
| Figura 2.14 Deformación del entorno diferencial de un punto material..... | 100 |
| Figura 2.15 Deformaciones-relativas angulares pequeñas..... | 109 |
| Figura 2.16 Desplazamiento elemental originado en una rotación rígida pequeña..... | 110 |
| Figura 2.17 Desplazamiento elemental originado en una deformación-relativa pequeña..... | 111 |
| Figura 2.18 Resultante de fuerzas de cuerpo sobre un sólido deformable..... | 113 |
| Figura 2.19 Resultantes de fuerzas internas y pares internos en un sólido deformable..... | 114 |
| Figura 2.20 Vectores de tracción sobre las caras positivas de un cubo elemental..... | 115 |
| Figura 2.21 Vectores de tracción sobre un plano inclinado de un cubo elemental..... | 116 |

| | |
|---|-----|
| Figura 3.1. Diagramas de tensión-deformación idealizados..... | 129 |
| Figura 4.1 Representación esquemática de un material celular.... | 177 |
| Figura 4.2 Microestructuras en metales..... | 181 |
| Figura 4.3 Detalles del trabajo de Mindlin..... | 186 |
| Figura 4.4 Curvas de tensión deformación-relativa..... | 190 |
| Figura 4.5 Diferencia finita con microestructuras..... | 194 |
| Figura 4.6 Variación de la dureza con la escala longitudinal..... | 195 |
| Figura 4.7 Representación esquemática de las diferencias entre el macro y el micromundo..... | 196 |
| Figura 4.8 Ubicación relativa del EVR con respecto a las escalas..... | 200 |
| Figura 4.9 Utilización de la cinemática de los sistemas físicos de la mecánica estándar, con el punto material y su aplicación al medio continuo..... | 205 |
| Figura 5.1 Resultante de fuerzas de cuerpo y resultante de pares de cuerpo sobre un cuerpo deformable..... | 229 |
| Figura 5.2 Vectores de tracción y vectores de tracción de par actuantes sobre las caras positivas de un cubo elemental..... | 230 |
| Figura 5.3 Componentes de la tensión de par sobre las caras positivas de un cubo elemental..... | 231 |
| Figura 5.4 Vector de tracción y vector de tracción de par actuantes sobre un plano cualquiera en un cubo elemental..... | 232 |
| Figura 5.5 Tensiones dobles y tensiones de par actuantes sobre las caras positivas de un cubo elemental..... | 234 |
| Figura 5.6 Tensión de par μ_{im} originada por la acción conjunta de las tensiones dobles μ_{ijk} y μ_{ikj} | 235 |
| Figura 5.7 Representación matricial de la diagonal principal del tensor de tensiones dobles..... | 237 |
| Figura 5.8 Diagrama para ilustrar la forma de actuar de las partes simétrica y antisimétrica del tensor de curvatura..... | 255 |
| Figura 5.9 Descomposición de un estado de tensiones en un sólido generalizado en sus partes simétrica y antisimétrica..... | 260 |
| Figura 5.10 Tensión de par y curvatura..... | 292 |
| Figura 6.1 Comparación entre diversos tipos de deformación en un punto material..... | 316 |
| Figura 6.2 Evolución del concepto de deformación entre la mecánica del medio continuo clásico y generalizado..... | 317 |
| Figura 6.3 Micro y macromedio..... | 317 |
| Figura 6.4 Transformación del punto material desde la configuración de referencia hasta la actual, de acuerdo con la teoría micromórfica..... | 323 |

| | |
|---|-----|
| Figura 6.5 Transformación de directores entre las configuraciones de referencia y actual..... | 325 |
| Figura 6.6 Representación de la deformación clásica del entorno diferencial del punto material –macrodeformación–..... | 326 |
| Figura 6.7 Detalle del comportamiento interno del punto material durante una macrodeformación..... | 327 |
| Figura 6.8 Deformación no clásica, con directores rígidos rotando relativamente entre configuraciones..... | 327 |
| Figura 6.9 Deformación de orden superior con variaciones de longitud para los directores..... | 328 |
| Figura 6.10 Deformación de orden superior con distorsión de los directores..... | 328 |
| Figura 6.11 Representación de la deformación completa de un medio continuo, a partir del movimiento relativo microelemento con respecto al macroelemento..... | 329 |
| Figura 6.12 Descripción de la microrrotación de un microelemento como un cuerpo rígido..... | 333 |
| Figura 6.13 Casos particulares de la teoría micromórfica de doce grados de libertad..... | 359 |
| Figura 6.14 Transformación del punto material desde la configuración de referencia hasta la actual de acuerdo con Mindlin..... | 361 |
| Figura 6.15 Idealización de una celda unitaria según Mindlin..... | 374 |

Listado de tablas

| | |
|----------------|-----|
| Tabla 3.1..... | 161 |
| Tabla 4.1..... | 182 |
| Tabla 5.1..... | 240 |
| Tabla 5.2..... | 301 |
| Tabla 6.1..... | 321 |
| Tabla 6.2..... | 357 |

Prólogo

Hará cerca de cuatro años que la idea que condujo a la escritura de este libro comenzó a gestarse. En diciembre de 2006 había terminado de escribir otro, que se ocupaba del *medio continuo*,¹ y fue concebido para apoyar los cursos del pregrado en la Universidad EAFIT. Dicho libro trata sobre los elementos básicos de *medio continuo* que requiere el estudiante de ingeniería para completar una formación básica en el área de la mecánica. Aquella, en épocas pretéritas, se daba por terminada con la mecánica del cuerpo rígido.

A la disciplina del medio continuo se le ha atribuido, en los ambientes académicos, el poseer una extrema dificultad, en parte explicable por el nivel matemático que requiere. Por esta razón, permaneció durante muchos años por fuera de los currículos de posgrado y, por supuesto, del pregrado, hasta la década final del siglo XX, cuando comenzó a introducirse paulatinamente en ellos.

La formación que tengo en este campo es el resultado de un largo autoaprendizaje, el que por aquellos años me llevó a concluir que había alcanzado una suerte de *finesterra* en mecánica del medio continuo. Entiéndase bien: creía tener claro cuáles eran sus alcances y limitaciones, y que cualquier construcción teórica más allá del *principio de Cauchy* era impensable. ¡Cuán equivocado andaba!

Por el año 2006 había sido vinculado al Departamento de Ingeniería Civil de EAFIT el profesor Juan David Gómez Cataño, recién llegado de Estados Unidos, donde había concluido estudios de doctorado. Traía como primicia que la segunda parte del postulado de Cauchy podría dejar de cumplirse² en algunas situaciones y que éstas correspondían a aplicaciones en el *micromundo*: miniaturización, nanotecnología, etc. Esta revelación resultó impactante, por las consecuencias que podrían derivar de ella, entre otras, que el *tensor de tensiones* no tendría que ser necesariamente simétrico. Éste, un principio básico y sólido, en el cual fuimos formados

¹ Juan H. Cadavid R. *Mecánica del medio continuo: una iniciación*. Medellín: Fondo Editorial de EAFIT, 2009.

² La segunda parte del postulado afirma que la resultante de pares a nivel del punto material es nula.

los estudiantes de ingeniería, estaba siendo derruido de un momento a otro. En mis lecturas y estudio sobre medio continuo jamás tuve el menor indicio, ni la más mínima sospecha de que esto pudiera ser posible. En conversaciones con colegas este tema ni se mencionaba.

El medio continuo es un tipo de idealización –como lo son también la partícula y el cuerpo rígido– que permite calcular el movimiento de cuerpos constituidos por materia sólida, fluida y viscoelástica, o por agregados de diminutos constituyentes, como las arenas, por citar tan sólo un ejemplo. En este sentido, el medio continuo deja de lado los detalles inherentes al enfoque microscópico en el estudio de la materia y de este modo se vale de la aproximación fenomenológica, adoptando una visión macroscópica para las propiedades de aquella. Siguiendo esta orientación, procede a ignorar la constitución interna del cuerpo, creando un sustituto –si se quiere, un cuerpo virtual–, integrado por *puntos materiales*, dispuestos de manera apretujada con el fin de descartar el vacío entre ellos. Esto es, establece una *distribución sustituta de materia*, en la que las propiedades de la física se tratan como *funciones de campo* y con ello el escenario queda dispuesto para la intervención del cálculo íntegro-diferencial.

En síntesis, la mecánica del medio continuo clásico no es otra cosa que un estado más desarrollado de la *aproximación del campo promedio*, y éste, el resultado de la investigación newtoniano-laplaciana en *mecánica de corpúsculos*.

Por 1827, Augustin-Louis Cauchy establece las bases de lo que hoy en día hay que llamar *medio continuo clásico*. En esta variante se supone que los puntos materiales poseen únicamente movimiento de traslación, lo que equivale a limitar la manera como se *deforma* el cuerpo. Asume, así mismo, que la materia que representa es *homogénea*.

A lo largo de décadas, los ingenieros han sido formados en disciplinas que se desprenden del medio continuo clásico, como la *mecánica de sólidos* –antaoño *resistencia de materiales*–, la *mecánica de fluidos*, la *mecánica de suelos*, etc. Estos contenidos clásicos bastaban –y siguen bastando hoy en día– para resolver la mayoría de problemas de ingeniería. A esto último podría atribuirse esa supina ignorancia que aquel día de diciembre de 2006 constaté.

En términos simples, el *medio continuo generalizado* es una evolución del clásico, o también una liberación progresiva de las restricciones que éste posee. Puntos materiales que rotan y se deforman, son las novedades cinemáticas que incorpora. Y otras de índole constitutiva, como la

aceptación de que el cuerpo deformable está compuesto por materia heterogénea –el *cuerpo heterogéneo*–, esto es, conformado por *microestructuras* –la entidad concreta que se utiliza para simular la deformación del punto material–.

Los rudimentos de mecánica del medio continuo generalizado empezaron a tomar forma casi que simultáneamente con el final de una polémica decimonónica, en la que participaron las más brillantes mentes de aquella época: Cauchy, Gabriel-Léon-Jean-Baptiste Lamé, Benoit-Paul-Émile Clapeyron, Rudolf Julius Emmanuel Clausius, William Thomson (lord Kelvin), Gabriel Stokes, James Clerk Maxwell, Adhémar-Jean-Claude Barré de Saint-Venant y Woldemar Voigt, entre otros. La discusión estuvo centrada alrededor del número mínimo de *coeficientes de elasticidad lineal* y de los métodos utilizados para la determinación de éstos. Voigt zanjó la controversia, al conseguir probar el carácter *polar* de la materia –la tendencia a rotar de las moléculas– y reformular, en términos polares, la *teoría clásica de la elasticidad lineal* –con este hecho se cerraba la llamada *etapa molecular* de esta ciencia–.

Hacia 1908, un par de hermanos franceses, François y Eugène Cosserat, publican el libro *Théorie des Corps Déformables*, en el que proponen un tratamiento basado en el medio continuo para resolver problemas de movimiento en *cuerpos polares*. Dicha obra se constituye, sin duda, en el certificado de nacimiento de la mecánica del medio continuo generalizado.

Sabido es que la física, sus ramas y ciencias afines no son entes estáticos, sino que van evolucionando en función de exigencias, como el desarrollo tecnológico. Por eso existen una mecánica cuántica, una relativista, etc. De igual manera, la *mecánica del medio continuo generalizado* se consolidó cuando el desarrollo tecnológico miró hacia el micromundo.

Volviendo al origen del libro, el Plan de Desarrollo de la Universidad EAFIT, vigente en 2008, señalaba que había llegado el tiempo de llevar a cabo una maestría en ingeniería. En ese espíritu, el medio continuo generalizado aparecía como el eje temático indicado para ella.

En 2009, guiado por el profesor Gómez, comencé a ponerme al día en esta área del conocimiento. No se contaba a la sazón con textos específicos, ni se ofrecían cursos sobre el tema, de suerte que para alcanzar tal cometido, no había otra alternativa que digerir artículos publicados en revistas internacionales –la mayoría de los cuales aparecen referidos al final de este libro–.

Para finales de 2011 tenía en mente la idea de un libro, fruto convergente de una construcción inductiva y concitadora, arrancada a esa dispersa información. Durante el año 2012 retomé aquella idea y la hice realidad: la publicación que usted, amigo lector, tiene entre sus manos.

La decisión de convertir las actividades de maestría en un texto implicó, entre otras cosas, diferir otros proyectos editoriales que estaban en lista de espera, debido a que ese conocimiento adquirido con el apoyo de EAFIT corría el riesgo de extraviarse en algún anaquel de biblioteca. La experiencia tiende a mostrar que dicho conocimiento se preserva mejor al abrigo de los cuidados, las garantías y la solidez que el libro otorga. La institución apoyó esta idea y le dio vía libre. Preservar es, pues, la primera razón para haber urdido esta obra.

Existe otra, más pragmática: proveer, a los interesados en el asunto, de una herramienta que los guíe en esa transición entre el medio continuo clásico y el medio continuo generalizado. Pretende, por consiguiente, llenar el vacío metodológico, didáctico y pedagógico en el tema, que los informes de proyectos de investigación no consiguen, porque, aparte de que éste no es su propósito esencial, se trata de productos con alcances bastante concretos y sus autores se limitan a consignar el resultado de un trabajo específico y el espacio para lo metodológico es poco, o simplemente, no existe.

No obstante, es conveniente aclarar que esta obra no es un texto de mecánica del medio continuo generalizado. La primera mirada a este libro podría llevar a concluir que se trata de un libro “extraño”. Ello se debe a los siguientes hechos: el *protagonista* comparece tarde a su cita con el lector. En las primeras instancias se topa con contenidos que, a primera vista, lucen distantes y ajenos a sus deseos y prisas. Créame lector atento: no se accede de primera mano a los entresijos del medio continuo generalizado. Por esta razón, éste no puede irrumpir en la escena desde el principio: es preciso guiar al lector paso a paso, hasta su gestación.

Hay otro aspecto que podría contribuir a conferirle ese aire de extrañeza: se anuncia como un libro de medio continuo generalizado, pero pareciera, más bien, estar, de manera apenas natural y coherente, volcado hacia el *sólido generalizado*. Esta distorsión es cierta y se justifica en lo siguiente: el medio continuo generalizado adquiere sentido en *materiales polares*, y más precisamente, en los que forman *microestructuras*. Sólo los sólidos pueden poseerlas en materiales constituidos por una *fase única*, debido a su escasa *actividad molecular*, la cual favorece la formación de *conglomerados moleculares* –microestructuras–, que es lo mismo que

afirmar que son *heterogéneos*. En cambio, los *fluidos puros* no lo hacen, aunque sí los *fluidos bifásicos* como la sangre. Es de anotar que las dificultades para idealizar fluidos mediante el medio continuo clásico aparecen en el caso de los gases, cuando exhiben algún grado de *rarifización*.

El título asignado a este libro hay, en consecuencia, que entenderlo desde lo atávico, en el sentido que se perpetúa una costumbre, la de utilizar el designativo genérico “medio continuo generalizado” que aplica toda suerte de trabajos de esta clase. Pero igual, podría llamársele “sólido generalizado”.

El estilo argumentativo muta a lo largo del libro. Es histórico-epistemológico en algunas partes, en otras físico-matemático y, también, y manifiestamente matemático. Ello ayuda a comprender mejor el proceso evolutivo que fructificó en la mecánica del medio continuo generalizado. A pesar de esto, es bueno advertir que este comportamiento no es lineal.

El libro está dividido en tres partes. La primera está reservada para el medio continuo clásico. En el capítulo 1 se explora en profundidad el proceso que llevó a su consolidación. Comienza el capítulo desde la mecánica temprana, de Galileo Galilei, Isaac Newton, Pierre-Simon Laplace, por citar algunos teóricos. Esa mecánica ya estaba agotada en el momento de intentar resolver problemas con sistemas de muchas partículas. Ello fomentó la búsqueda de nuevos métodos. Surgió una novedad, la aproximación del campo promedio: el paso previo a la aparición del medio continuo. La materia tiene aquí un amplio protagonismo y por eso se reserva para ella un espacio dentro del capítulo; allí se discierne qué tipo de componente interna de la materia es objeto del análisis mecánico para sistemas de muchas partículas.

El capítulo 2 parte de la contribución de Cauchy a la estructuración del medio continuo. De allí se hace una caracterización de éste, en un sentido moderno. Con base en esta argumentación es posible justificar la necesidad de adicionarle el epíteto de “clásico” al medio continuo. Se realiza, allí mismo, un breve repaso de la cinemática y la cinética del sólido clásico. Se pretende con ello recoger aportes esenciales que sirven como apoyo conceptual para la ulterior exposición de contenidos más avanzados –tercera parte del libro–. Aquí comienza, propiamente, la argumentación físico-matemática de la obra.

La segunda parte está dedicada al medio continuo generalizado. Es justamente en el capítulo 3 que se comienza a percibir el despunte de éste, al examinar la controversia relacionada con los coeficientes de elasticidad. El objetivo es guiar al lector a través del proceso que terminó por

demostrar que la mayoría de los sólidos tienen carácter polar, y que, por tanto, resulta inválida la segunda parte del principio de Cauchy. Se advierte aquí un equilibrio argumentativo entre lo histórico-epistemológico y lo físico-matemático.

En el capítulo 4, el medio continuo generalizado es ya un hecho. Sus características propias se construyen por contraste con las del clásico. La discusión se centra en lo físico. Hay también una sección dedicada a una revisión literaria de la evolución investigativa en medio continuo generalizado, y otra a un recuento –a medio camino entre lo histórico y lo epistemológico– de las llamadas *teorías tipo Cosserat*. Esta sección resulta fundamental para comprender la exposición físico-matemática venidera.

La tercera parte se propone introducir al lector en los modelos matemáticos del *sólido deformable no clásico*. He querido denominarla *Teoría de Toupin-Mindlin* –un término original de Fleck y Hutchinson–, como un reconocimiento a los investigadores que se encargaron de desentrañar la teoría original de Cosserat y ponerla en dichos modelos, los cuales encajan epistemológicamente en las llamadas *teorías de grado y orden superior*. Así, los capítulos 5 y 6 están dedicados, respectivamente, a ellas.

En esta parte final, la argumentación tendría que ser acentuadamente físico-matemática. Lo es apenas a medias, porque el soporte físico de estas teorías está ausente en muy buena medida del desarrollo y esto traslada la exposición a los terrenos de la matemática aplicada.

Mención aparte amerita este aspecto. El soporte bibliográfico, es decir, las publicaciones de Toupin y Mindlin son apretados resúmenes. Las deducciones matemáticas no podrían, por supuesto, ser ajenas a tales estrecheces. De allí que, en principio, los mencionados artículos resulten prácticamente ilegibles: verdaderos ovillos sin punta. Parte de mi trabajo consistió, en consecuencia, en desentrañar y clarificar tales formalismos.

De la mano con la argumentación matemática en trabajos de esta índole, tiene que ir una notación adecuada. En los contenidos propios del medio continuo se impone indefectiblemente la *notación con índices* –o *tensorial*– como instrumento expresivo. Si bien es cierto que las entidades tensoriales brotan en estos contornos como maleza en el campo, el uso de esta notación no se requiere precisamente por ello, sino porque hace posible el manejo de las ecuaciones, sobre todo en los procedimientos deductivos. Es, pues, algo vinculado a la eficiencia y a la economía. En este sentido, para comodidad del lector, he destinado un sitio al principio del

libro en donde se consignan los aspectos más salientes de la notación seleccionada.

Con relación a la bibliografía, el libro se apoya en buena medida en artículos de investigadores acerca del medio continuo generalizado. Además, argumenta con base en publicaciones relacionadas con la epistemología, la física, la matemática, la mecánica del medio continuo clásico, etc. Las citas respectivas son destacadas específicamente y desde allí el lector es remitido a la sección llamada “Referencias”, en particular al apartado “Obras citadas”. Así mismo, dado que un trabajo como éste no se construye a partir de referencias textuales, sino también, de lecturas complementarias, hay un lugar para ellas como “Obras recomendadas”.

Para finalizar, doy mi reconocimiento a las siguientes personas y entidades: al profesor Juan David Gómez Cataño, por sus sugerencias y correcciones, sin las cuales este empeño no hubiera salido adelante; y a los profesores Alberto Rodríguez G. y Julián Vidal V., decano y jefe del Departamento de Ingeniería Civil de EAFIT, respectivamente, por creer en estos proyectos y asignar el tiempo académico necesario para sacarlos adelante.

Y, por su puesto, a mi familia, por su apoyo y comprensión, pero sobre todo por su resignación ante esta suerte de exilio en que se convierte la empresa de escribir un libro.

Juan H. Cadavid R.
Medellín, Antioquia
Diciembre 14 de 2012